

TECNICAS DE DISEÑO Y COMPENSACION

- Técnicas para sistemas SISO invariantes en el tiempo
- Basadas en el lugar de las raices y respuesta en frecuencia

Especificaciones de funcionamiento

- Exactitud o precisión
- Estabilidad relativa
- Velocidad de respuesta

Diseño y compensación de sistemas

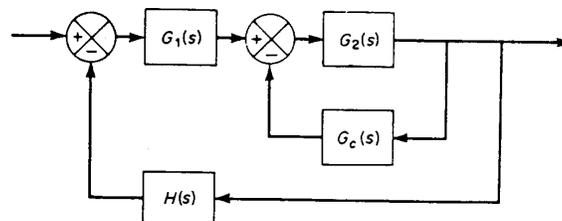
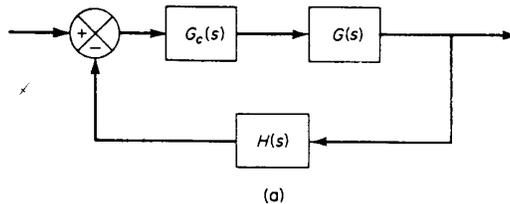
- Diseño de la planta para que cumpla las especificaciones de funcionamiento: estabilidad, tiempo de crecimiento, etc.
- Suponemos que la planta es fija y no se puede modificar. Añadir elementos adicionales *compensador*.

Compensación de ganancia

- La forma mas sencilla de modificar el comportamiento del sistema
- Si con ajuste de ganancia no se logra las especificaciones (algunas veces el aumentar la ganancia para mejorar el comportamiento estacionario conlleva una pobre estabilidad) es necesario introducir un bloque compensador.

Compensación en serie y paralelo

- Compensación en serie más fácil de realizar
- Sin embargo necesita más energía



Compensadores: Dispositivos físicos (eléctricos, neumáticos, mecánicos, etc. que se comportan segun una función de transferencia deseada.

Tipos de compensadores:

- red de adelanto
- red de atraso
- red de atraso-adelanto

Etapas de diseño en un sistema de control

❶ Planta real o sistema

- Sistema físico real
- Entradas y salidas
- Modelo físico teórico conocido

❷ Modelado matemático del sistema real

- Leyes físicas \rightarrow modelo matemático
- Simplificaciones, hipótesis
- Función de transferencia o espacio de estado

❸ Identificación del modelo

- A partir de variables "medibles" y del comportamiento previsto
- Parámetros reales de función de transferencia, normalmente lineal e invariante en el tiempo
- Criterios de bondad

❹ Análisis del comportamiento en lazo abierto

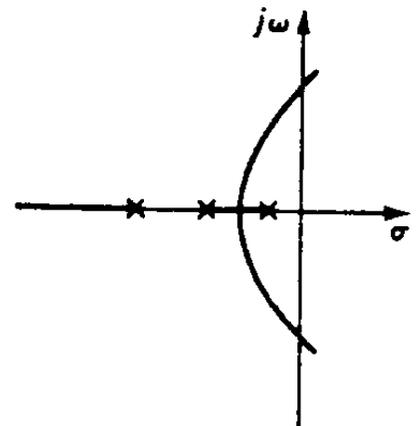
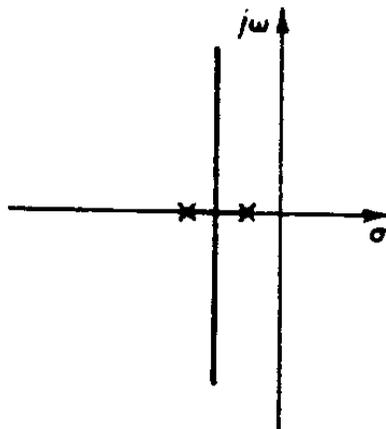
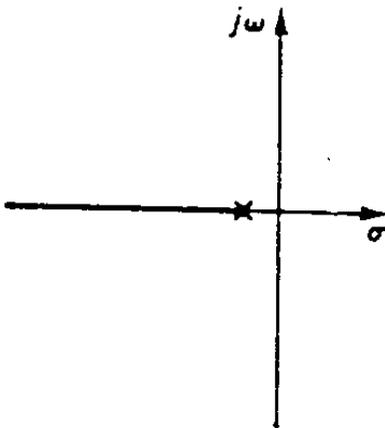
- Señales de prueba: impulso, escalón, rampa, etc.
 - Comportamiento en frecuencia
- ⑤ Predicción del comportamiento en lazo cerrado
 - ⑥ Estudio de los requerimientos exigidos
 - ⑦ Aplicación de soluciones teóricas: Ganancia, compensador, otras
 - ⑧ Experimentación. Puede ser necesario volver sobre pasos anteriores
 - ⑨ Optimización

Consideraciones preliminares

Efectos de la adición de polos y ceros

Añadir un polo:

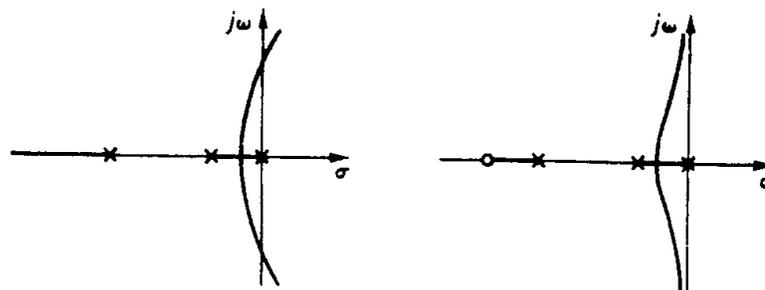
- ✓ Desplaza el lugar de las raíces a la derecha
- ✓ Disminuye la estabilidad relativa
- ✓ Aumenta el tiempo de establecimiento



Consideraciones preliminares

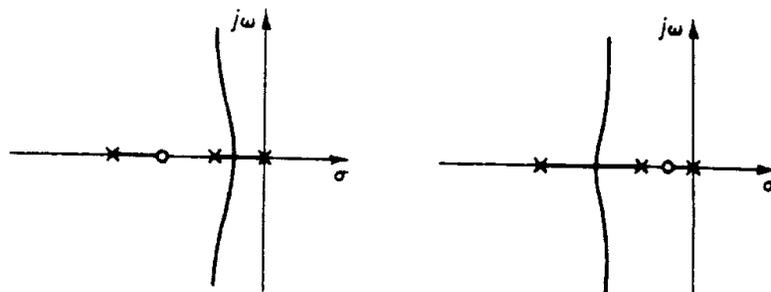
Añadir un cero:

- ✓ Desplaza el lugar de las raíces a la izquierda
- ✓ Aumenta la estabilidad relativa
- ✓ Disminuye el tiempo de establecimiento



(a)

(b)



(c)

(d)

Dominio de la frecuencia

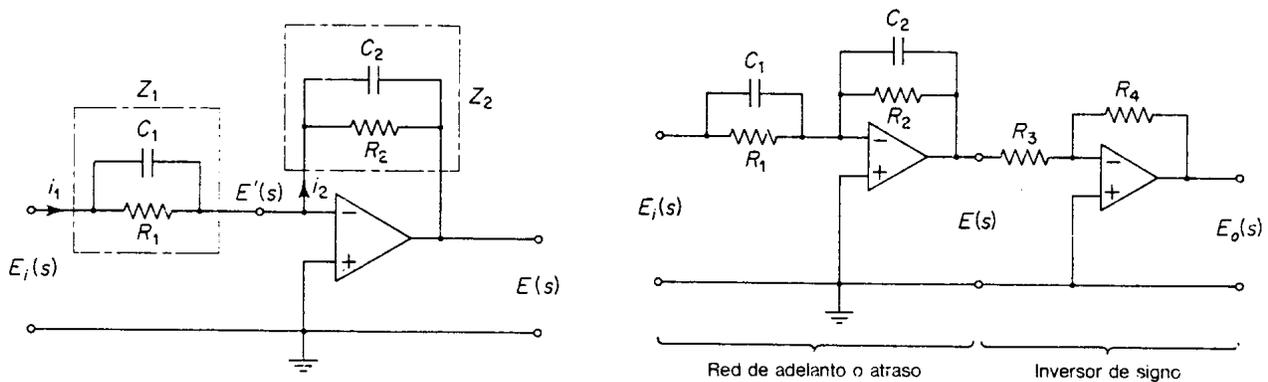
- Se especifica de forma indirecta el funcionamiento de la respuesta transitoria: margen de fase, margen de ganancia, pico de resonancia, etc.
- En el diseño de sistemas con ruidos de alta frecuencia, es conveniente el método de respuesta en frecuencia.
- El diagrama de Bode se modifica fácilmente al incluir un compensador.
- La región de baja frecuencia indica el comportamiento en régimen estacionario.
- El diseño es un compromiso entre estabilidad relativa y exactitud en estado estacionario.

Dominio de la frecuencia

Características de los tipos de compensación

- **Adelanto:** Mejora la respuesta transitoria y modifica un poco la exactitud en estado estacionario. Puede acentuar los efectos del ruido a altas frecuencias.
- **Atraso:** Mejora la precisión a expensas de un aumento del tiempo de la respuesta transitoria. Suprime los efectos de los ruidos a altas frecuencias.
- **Atraso-adelanto:** Comparte características de los dos tipos pero aumenta la complejidad del sistema.

Compensación en adelanto



$$Z_1 = \frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1} \quad Z_2 = \frac{R_2}{R_2 C_2 s + 1}$$

Como la corriente de entrada al amplificador es despreciable $i_1 = i_2$

$$\frac{E_i(s) - E'(s)}{Z_1} = \frac{E'(s) - E(s)}{Z_2}$$

Como $E'(s) = 0$, se tiene

$$\frac{E(s)}{E_i(s)} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{R_1 C_1 s}{R_2 C_2 s + 1} = -\frac{C_1 s + \frac{1}{R_1 C_1}}{C_2 s + \frac{1}{R_2 C_2}}$$

El inversor de signo tiene la función de transferencia de:

$$\frac{E_0(s)}{E(s)} = -\frac{R_4}{R_3}$$

La ganancia del inversor es $-R_4/R_3$ luego

$$\frac{E(s)}{E_i(s)} = -\frac{R_4 C_1 s + \frac{1}{R_1 C_1}}{R_3 C_2 s + \frac{1}{R_2 C_2}} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}$$

donde:

$$T = R_1 C_1 \quad \alpha T = R_2 C_2 \quad K_c = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2}$$

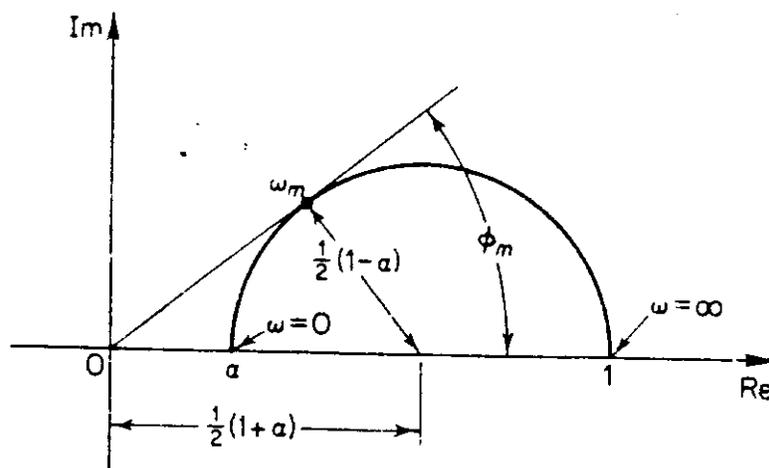
Este es un circuito de adelanto si $R_1 C_1 > R_2 C_2$.

Características de los compensadores en adelanto

$$K_c \alpha \frac{TS + 1}{\alpha T s + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad (0 < \alpha < 1)$$

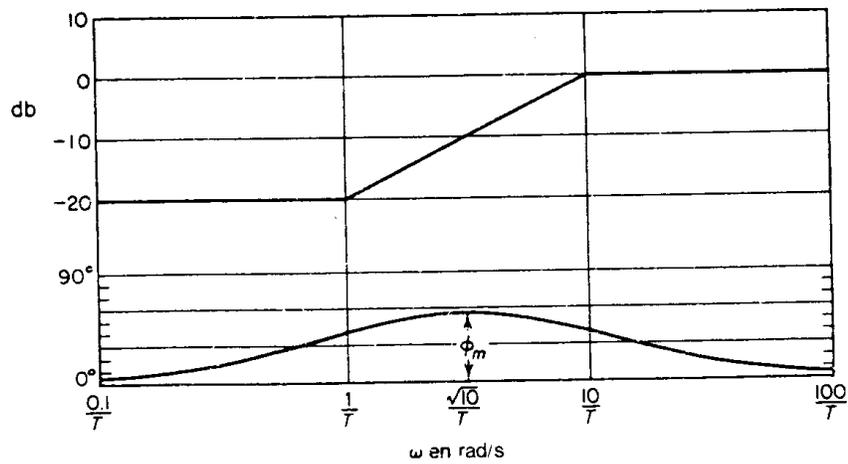
Tiene cero en $s = -1/T$ y polo en $s = -1/(\alpha T)$. El cero esta siempre a la derecha del polo en el plano complejo.

Del diagrama polar:



$$\text{sen } \phi_m = \frac{\frac{1-\alpha}{2}}{\frac{1+\alpha}{2}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

Diagrama de bode de red de adelanto para $K_c = 1$ y $\alpha = 0.1$



w_m es la media geométrica de las dos frecuencias de cruce:

$$\log w_m = \frac{1}{2} \left(\log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{\alpha T} \right)$$

Por tanto:

$$w_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$$

Compensación en adelanto mediante lugar de las raíces

- ❶ De las especificaciones de funcionamiento se determinan la ubicación deseada de los polos dominantes de lazo cerrado.
- ❷ Ver si con el ajuste de la ganancia se logra los polos en lazo cerrado deseados. Calcular la deficiencia angular ϕ que se compensara con la red de adelanto.
- ❸ Suponer el compensador

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{TS + 1}{\alpha T s + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad (0 < \alpha < 1)$$

donde α y T se determinan a partir de la deficiencia angular y K_c se determina a partir del requisito de ganancia de lazo abierto.

- ❹ Determinar la ubicación del polo y cero del compensador. Interesa un valor de α lo más grande posible.
- ❺ Determinar la ganancia de lazo a partir de la condición de magnitud. Verificar que se cumplen las especificaciones de funcionamiento.

Compensación en adelanto mediante respuesta en frecuencia

- ❶ Suponer el compensador en adelanto:

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad (0 < \alpha < 1)$$

Se define $K_c \alpha = K$:

Entonces:

$$G_c(s) = K \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}$$

La F.T. del sistema compensado es:

$$G_c(s)G(s) = \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} K G(s)$$

Determinar el valor de K que satisface el coeficiente de error estático.

- ❷ Trazar el diagrama de bode de $KG(s)$ y determinar el margen de fase del sistema.
- ❸ Determinar el ángulo de fase necesario para agregar al sistema.
- ❹ Determinar el factor de atenuación necesario α . Determinar la frecuencia en que la magnitud del sistema no compensado es igual a $-20 \log(1/\sqrt{\alpha})$. Esta frecuencia

que corresponde a $w_m = 1/(\sqrt{\alpha}T)$ será la nueva frecuencia de cruce de ganancia, y el máximo desplazamiento de fase se produce a esa frecuencia.

- ⑤ Determinar las frecuencias de cruce del compensador:
Cero en adelanto: $w = 1/T$
Polo en adelanto: $w = 1/(\alpha T)$
- ⑥ A partir del valor de K calculado en el paso 1 y el de α calculado en el paso 4, calcular :

$$K_c = \frac{K}{\alpha T}$$

- ⑦ Verificar que el margen de fase es satisfactorio.

Control Proporcional Derivativo: PD

- Es una versión simplificada del compensador en adelanto.
- Tiene una función de transferencia:

$$G_c(s) = K_p(1 + T_d s)$$

donde el valor de K_p se determina para satisfacer requerimientos de estado estacionario.

- Se elige la frecuencia de cruce $1/T_d$ tal que el adelanto de fase se produzca en la proximidad de la frecuencia de cruce de ganancia.
- Se produce un incremento continuado de la magnitud indeseable pues amplifica los ruidos de alta frecuencia (*filtro paso altas*).
- La realización física puede presentar serios problemas en el caso de la red electrónica por el proceso de diferenciación.
- Este tipo de controlador al igual que la red de adelanto mejora la respuesta transitoria (tiempo de crecimiento pequeño y pequeño sobreimpulso).

Compensador en Atraso

Misma configuración que el compensador en adelanto

$$\frac{E_0(s)}{E_i(s)} = K_c \beta \frac{TS + 1}{\beta T s + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} \quad (\beta > 1)$$

Características

- El compensador tienen un cero en $s = -1/T$ y un polo en $s = -1/(\beta T)$. El polo a la derecha del cero.
- El compensador en atraso es esencialmente un filtro paso bajas.

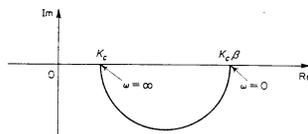


Figura 7-24 Diagrama polar del compensador en atraso $K_c \beta (s + 1/T) / (s + 1/(\beta T))$

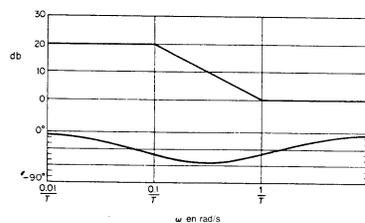


Figura 7-25 Diagrama de Bode del compensador en atraso $\beta (j\omega T + 1) / (j\omega \beta T)$ con $\beta = 10$.

Compensación en atraso mediante el método del lugar de las raíces

- 1 Trazar el lugar de las raíces para el sistema no compensado cuya función de transferencia de lazo abierto es $G(s)$. Ubicar los polos dominantes de lazo cerrado en el lugar de las raíces.
- 2 Suponer que la F.T. del compensador en atraso es

$$G_c(s) = K_c \beta \frac{TS + 1}{\beta T s + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

Entonces la F.T. del sistema compensado es $G_c(s)G(s)$.

- 3 Calcular el coeficiente de error estático particular especificado en el problema.
- 4 Determinar la magnitud del aumento en el coeficiente estático particular para satisfacer las especificaciones.
- 5 Determinar el polo y cero del compensador en atraso que produce el aumento necesario en el coeficiente estático sin alterar en forma notoria el lugar de las raíces.
- 6 Trazar un nuevo lugar de las raíces para el sistema compensado. Ubicar los polos dominantes de lazo cerrado en el lugar de las raíces. Si la contribución angular de la red es pequeña el lugar de las raíces será muy similar.

- 7 Ajustar la ganancia K_c del compensador partiendo de la condición de magnitud.

Compensación en atraso por el método de la respuesta en frecuencia

- ❶ Suponiendo el compensador en atraso:

$$G_c(s) = K_c \beta \frac{TS + 1}{\beta T s + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} \quad (\beta > 1)$$

Se define $K_c \beta = K$

Entonces

$$G_c(s) = K \frac{Ts + 1}{\beta T s + 1}$$

La F.T. del sistema compensado es

$$G_c(s)G(s) = K \frac{TS + 1}{\beta T s + 1} G(s) = \frac{TS + 1}{\beta T s + 1} G_1(s)$$

donde $G_1(s) = KG(s)$

Determinar la ganancia K para satisfacer los requerimientos de la constante de error estática dada.

- ❷ Si el sistema no compensado $G_1(j\omega) = KG(j\omega)$ no satisface las especificaciones en márgenes de fase y ganancia, hallar el punto donde la F.T.L.A. es igual a -180 mas el margen de fase requerido. Se añaden de 5 a 12 grados para tener en cuenta el atraso de fase del compensa-

dor. Elegir esta frecuencia como nueva frecuencia de ganancia.

- ③ Se puede elegir la frecuencia de cruce $\omega = 1/T$ (correspondiente al cero del compensador) una década por debajo de la nueva frecuencia de cruce de ganancia.
- ④ Determinar la atenuación necesaria para bajar la curva de magnitud a 0 db la nueva frecuencia de cruce de ganancia. La atenuación es $-20 \log \beta$. La otra frecuencia de cruce correspondiente al polo estará en $\omega = 1/(\beta T)$.
- ⑤ Usando el valor de K determinado en el paso 1 y el de β determinando en el paso 5 calcular la constante K_c de

$$K_c = \frac{K}{\beta}$$

Comentarios sobre compensación en atraso

- Los compensadores en atraso son filtros paso bajas. Permiten ganancia grande a bajas frecuencias y reduce la ganancia a altas frecuencias de modo que mejora el margen de fase.
- Se utiliza las características de atenuación de altas frecuencias mas que la características de atraso de fase.
- La ubicación exacta del polo y cero no son críticas, siempre que esten cerca del origen y que la relación z/p sea igual al factor que multiplica al coeficiente de error estático de velocidad.
- La atenuación debida al compensador desplaza la frecuencia de cruce de ganancia a un punto de menor frecuencia donde el margen de fase sea aceptable.
- Se reduce el ancho de banda y la respuesta es más lenta.
- El compensador en atraso tiende a integrar la señal de entrada, actua como un controlador proporcional e integral y tiende a tornarse menos estable. Para evitar esta caracteriática la constante de tiempo T debe ser superior a la mayor constante de tiempo del sistema.

Controlador Proporcional Integral: PI

- Se caracteriza por la siguiente F.T.

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

- Tiene un cero en $s = -1/T_i s$ y un polo en $s=0$.
- Tiene ganancia infinita a frecuencia cero lo que mejora las características de error estacionario.
- Aumenta el tipo del sistema y lo hace menos estable.
- La velocidad de respuesta es más lenta porque se atenúan las componentes de alta frecuencia

Compensación en atraso adelante

- Necesario cuando se desea mejorar tanto la respuesta estacionaria como la respuesta transitoria.
- El atraso de fase y adelanto se producen a diferentes bandas de frecuencias.
- combina las ventajas de la compensación en adelanto y atraso.

$$G_c(s) = K_c \left(\frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\gamma}{T_1}} \right) \left(\frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}} \right) \quad (\gamma > 1, \beta > 1)$$

