EXAMEN EXTRAORDINARIO DE LA ASIGNATURA INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD. 03/09/09 – Primera parte

Considere el sólido A con comportamiento elástico y lineal que permanece introducido en la ranura definida por los sólidos B y C, cuyas dimensiones pueden considerarse infinitas frente a las de A. Debido a un incremento de temperatura de 30ºC, que se considerará que se produce únicamente en el sólido A, se determina que su tensor de tensiones es el siguiente, uniforme en todo el sólido:

$\sigma^A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -120 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa$; Se dan las siguientes condiciones: $E^A = E^C = 2.1 \cdot 10^5\, MPa, E^B \gg E^A$

Límite elástico del sólido C $\sigma_e^C = 260\, MPa$

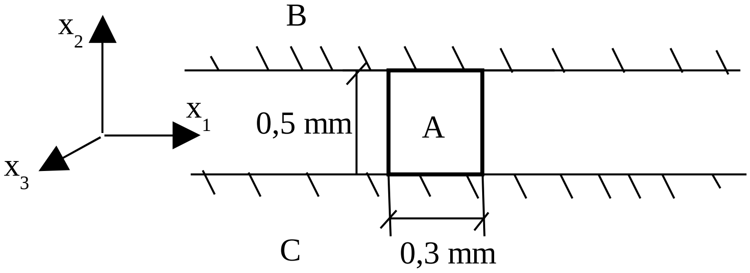
Se operará por unidad de espesor y se considerará tensión plana en los tres sólidos.

Se pide:

a) Determine el tensor de tensiones en el sólido C en puntos situados a grandes distancias de A para la situación descrita. (3 puntos)

b) Asumiendo la validez de la solución anterior en todo punto del sólido C, indique en qué puntos de C se producirá la plastificación de acuerdo con el criterio de Tresca y represente el diagrama de Mohr correspondiente a dichos puntos. Indique también cual es el punto más distante del sólido A en el que se produciría la plastificación (1 punto).

c) Sin realizar cálculos, determine las componentes intrínsecas del vector tensión en los puntos del sólido A que corresponden a la superficie obtenida al cortar dicho sólido por el plano de normal (0,65, 0, 0,76). (1 punto)

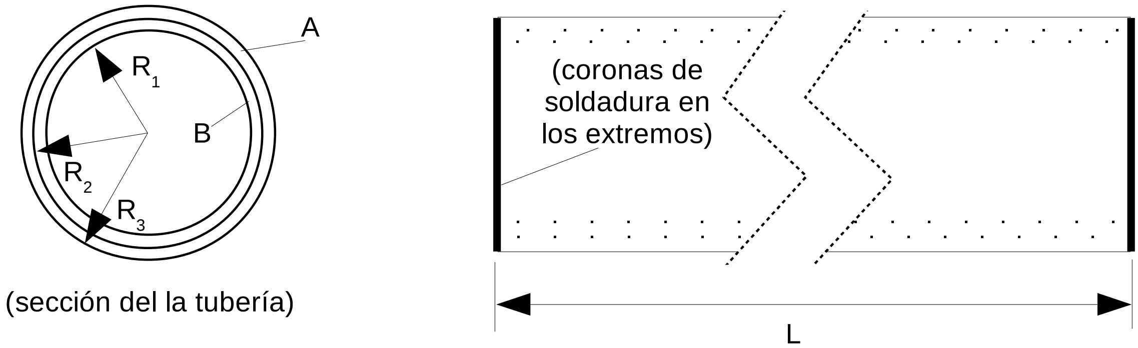


<<Se adjuntaron tablas de funciones de Airy en polares>>

INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES
Examen Extraordinario – 3 septiembre 2009 – Segunda parte

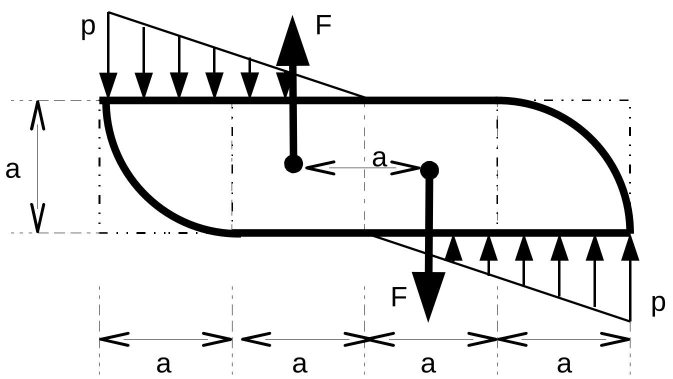
Cuestión 1.- (2 pto) La figura muestra una tubería para un propósito especial, compuesta por dos capas A y B de materiales distintos, con los datos que se indican más abajo. El ajuste entre las capas es perfecto inicialmente (sin holgura y sin compresión). En los extremos, ambas capas están unidas mediante soldadura, suponiéndose que la unión forma una corona circular absolutamente rígida. En aplicación el principio de St. Venant, se despreciarán los posibles efectos locales introducidos por esta unión en la solución elástica correspondiente a condiciones de servicio.
En dichas condiciones de servicio, existen variaciones de temperatura. En particular, analizaremos el caso en que A sufre un incremento de temperatura de 40ºC, que no afecta a B. En relación con este análisis se pide:

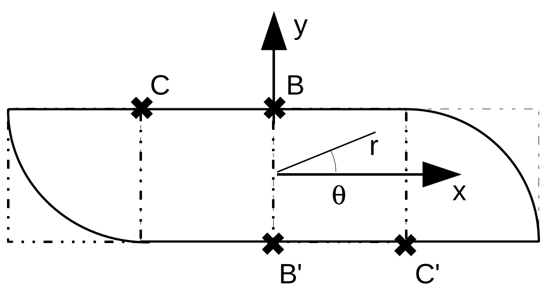
- **a)** El incremento de longitud de la tubería compuesta.
- **b)** Investigar si ocurrirá plastificación, usando el criterio de Tresca.
- **c)** Comentar brevemente cómo afectaría al problema el que el incremento de temperatura en A hubiese sido negativo (de -40ºC).



$$R_1=9.4\text{cm} \ ; \ R_2=9.7\text{cm} \ ; \ R_3=10\text{cm} \ ; \ L=120\text{cm}$$
$$E^A=2\cdot 10^5\,MPa \ ; \ \sigma_e^A=400\text{MPa} \ ; \ E^B=1.1\cdot 10^5\,MPa \ ; \ \sigma_e^B=120\text{MPa}$$
$$\nu^A=\nu^B=0 \ ; \quad \alpha^A=10^{-5}\,{}^oC^{-1} \ ; \quad \theta^A=40^o\text{C} \ ; \ \theta^B=0$$

Cuestión 2.- (3 pto) La figura representa una de las palas de una batidora/removedora industrial. Su geometría consta de dos cuadrados y dos cuartos de círculo de lado "a", siendo "e" el espesor. Se realizará un análisis aproximado bajo hipótesis de tensión plana. Las acciones F tienen dimensión de fuerza, y corresponderían a la acción motora. Las distribuciones triangulares tienen valor máximo "p", en unidades de tensión, y corresponderían a las resistencias al movimiento. Se despreciarán los efectos dinámicos. Los ejes, tanto polares como cartesianos, se toman como se indica para todos los apartados. Se pide que: (ver dorso)





a) Calcule F en función de p.
b) Indique si el problema presenta planos de simetría o antisimetría.
c) Independientemente del apartado anterior, el problema presenta una particularidad que se hace evidente girando el mismo en su plano 180º alrededor del origen de coordenadas. Comente brevemente dicha particularidad.
d) Indique en los cuadros siguientes las relaciones entre las componentes indicadas. Ponga "+" si son iguales, "-" si son iguales en valor absoluto pero signo opuesto, y "?" en caso de que no haya relación.

	$u_x(C)$	$u_y(C)$
$u_x(C')$		
$u_y(C')$		

	$u_r(C)$	$u_\theta(C)$
$u_r(C')$		
$u_\theta(C')$		

e) Ponga "cierto" ó "falso", según corresponda, junto a cada una de las cinco (supuestas) igualdades siguientes:

$u_x(B')=u_\theta(B)$
$u_x(B)=u_\theta(B')$
$u_y(B')=u_y(B)$

$u_r(B')=u_y(B)$
$u_r(B')=u_r(B)$

f) Se pretende realizar una aproximación de Galerkin al problema, con dos funciones para aproximar u_x, y otras dos para aproximar u_y. Elija razonadamente esas funciones de entre las siguientes:

$$r^n \cdot \cos\theta \;\; ; \;\; r^n \cdot sen\,\theta \;\; ; \;\; r^n \cdot \cos^2\theta \;\; ; \;\; r^n \cdot sen^2\theta$$

g) Calcule la matriz de rigidez de la aproximación según lo respondido en el apartado anterior, tomando n=1, y coeficiente de Poisson nulo (no se pide el término de cargas, ni la eventual resolución, etc).