

EXAMEN DE ORDINARIO DE LA ASIGNATURA INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD.

12/06/09. Parte 1ª.

Cuestión 1. Enuncie las hipótesis básicas de la elasticidad explicando cada una de ellas y sus implicaciones sobre el modelo de análisis planteado en el curso. (2 puntos)

Cuestión 2. Determine el tensor de tensiones y el tensor de deformaciones de los sólidos A y B de la figura cuando se produce un incremento de 20 °C en la temperatura ambiente. Ambos sólidos permanecen encerrados en una cavidad rectangular de paredes rígidas y sin holgura inicial. Se dan las siguientes condiciones:

Tensión plana.

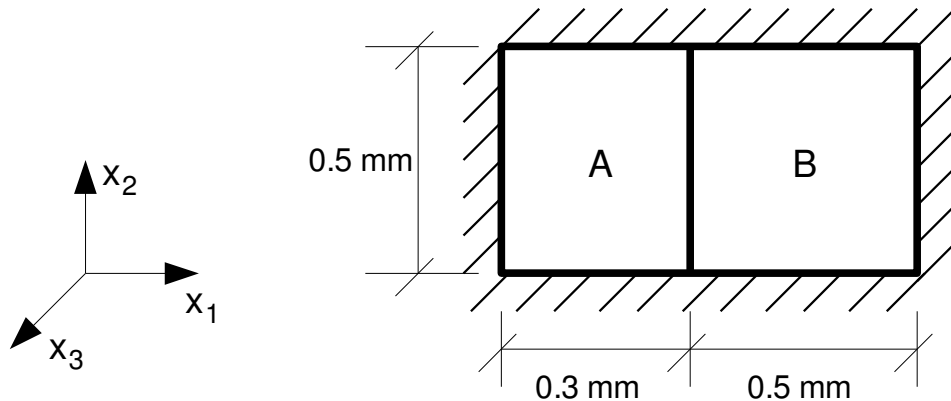
$$\alpha^A = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad , \quad \alpha^B \ll \alpha^A$$

$$E^A = 2.8 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad , \quad E^B = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$\nu^A = \nu^B = 0.3$$

Todos los deslizamientos relativos entre sólidos se producen sin rozamiento.

Opere por unidad de espesor. (3 puntos)



INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES

Examen Ordinario – 12 junio 2009 – Parte 2ª

Cuestión.- 1.2 puntos

En el curso se ha demostrado que para determinado valor del coeficiente de Poisson (ν), en ausencia de efectos térmicos, y bajo las hipótesis habituales de linealidad, etc, el incremento de volumen de un elemento diferencial del material sometido a compresión hidrostática, sería nulo.

Se pide que razone si ese incremento de volumen sería también nulo en caso de que el elemento diferencial estuviese sometido a otro estado de carga (diferente de una presión hidrostática). El resto de hipótesis se mantiene: linealidad, etc, ausencia de efectos térmicos, y el mismo valor de ν referido antes.

Problema.- 3.8 puntos

Aunque el fenómeno es más complicado, un enfoque simplista para calcular las tensiones que produce una soldadura consiste en estudiar el problema del sólido en cuestión supuesto como continuo, con un cierto “decremento de temperatura efectivo” (que es menor de lo que podría parecer) en una pequeña zona alrededor del cordón de soldadura.

Empleando este enfoque, se pretende encontrar de modo aproximado la magnitud de las tensiones residuales en una placa cuadrada que resultaría de soldar entre sí sus dos mitades (ver figura).

En consecuencia, consideraremos el problema elástico de una placa cuadrada de dimensiones $2L \times 2L$, espesor t , sometida a un campo de temperatura $\theta(x)$ que tendrá un cierto valor en $x=0$ (cordón de soldadura), y que decrecerá muy rápidamente al alejarnos de éste, siendo prácticamente $\theta=0$ en los bordes $x=\pm L$ de la placa.

Para analizar dicho problema elástico se piensa realizar una aproximación de Galerkin con Coeficiente de Poisson nulo ($\nu=0$), y con una función para cada componente de desplazamiento, elegida entre las siguientes:

$$\sin \frac{\pi x}{2L} \quad ; \quad \sin \frac{\pi y}{2L} \cdot \cos \frac{\pi x}{2L}$$

Se pide que:

- Basándose en las simetrías o antisimetrías del problema, elija la función más adecuada para cada componente de desplazamiento.
- Antes de realizar la aproximación, razone si con las funciones elegidas será posible obtener buena aproximación para las condiciones de contorno en los bordes ($x, y = \pm L$) de la placa.
- Realice la aproximación de Galerkin sobre un cuarto de la placa, obteniendo la expresión del campo de desplazamientos y del campo de tensiones. Como distribución de temperaturas “rápidamente decreciente” tómese:

$$\theta = -B \cdot e^{-10d/L} \quad (d = \text{distancia al cordón}; B = \text{cte})$$

Nota.- Estando involucradas funciones de variación brusca, no es razonable integrar con cuadratura de Gauss de un punto. Puede usar las fórmulas que se proporcionan.

- Usando el diagrama de Mohr, calcule la tensión tangencial máxima en el punto (0,0) central de la placa con los datos que figuran a continuación, y realice un breve comentario. $\alpha = 10^{-5} / ^\circ\text{C}$; $B = 60^\circ\text{C}$; $E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$; $L = 50\text{cm}$; $t = 0.4\text{cm}$; $\sigma_e =$ (proponga un valor razonable para un acero de construcción).

Algunas fórmulas: $\int_0^1 \cos \frac{\pi}{2} \xi d\xi = \int_0^1 \sin \frac{\pi}{2} \xi d\xi = \frac{2}{\pi}$; $\int_0^1 \cos^2 \frac{\pi}{2} \xi d\xi = \int_0^1 \sin^2 \frac{\pi}{2} \xi d\xi = \frac{1}{2}$
 $\int_0^1 \cos \frac{\pi}{2} \xi \cdot e^{-10\xi} d\xi = 0.0976$; $\underline{\sigma} = \underline{D}(\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}_0)$; $\underline{\epsilon} = \underline{L} \underline{N} \underline{a}$

