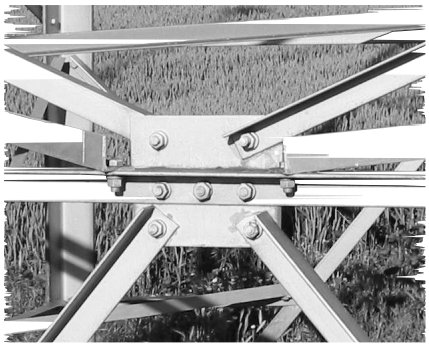
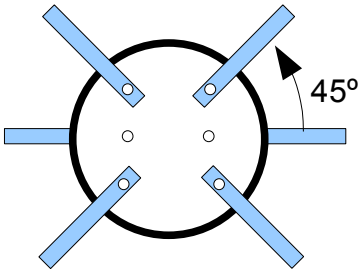
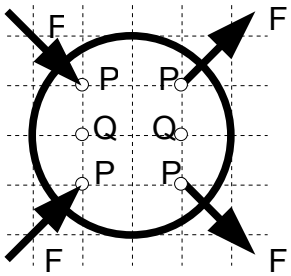
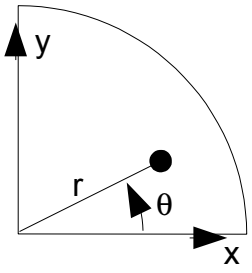
INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES
Examen Ordinario – 10 junio 2008 – Ejercicio 2

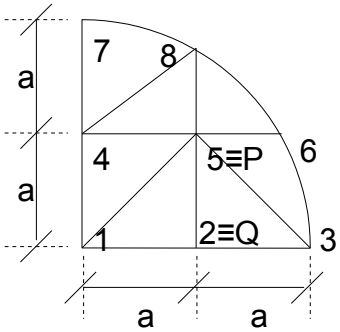


Se denomina "cartela" al elemento estructural metálico con forma de placa plana que se usa para conectar entre sí otros elementos estructurales. La fotografía muestra, a efectos meramente informativos, una cartela a la que se atornillan varias barras de una estructura. Considere una cartela similar, pero circular de radio 2a, que se une mediante dos tornillos Q a una barra posterior, y mediante tornillos P a cuatro extremos de otras barras, las cuales ejercen sobre la cartela las fuerzas de módulo F mostradas. Se pide que responda, en el orden en que figuran, a los siguientes apartados:









a) (0.1 pto) Indique razonadamente si considera más adecuado un análisis bajo hipótesis de Tensión Plana o de Deformación Plana para la cartela. (*En lo sucesivo asuma esa hipótesis)* .

b) (0.9 pto) Si el estado que ha indicado en el apartado anterior presenta incompatibilidades teóricas, explique cuáles son (el justificar si pueden ser asumibles en la práctica, no se pide).

c) (0.1 pto) En lo sucesivo se aproximará mediante fuerzas puntuales la acción de los tornillos. En los puntos Q de la cartela actuarán dos fuerzas iguales. Calcule su valor.

d) (0.4 pto) Indique las simetrías o antisimetrías que se aprecian para el análisis de la cartela.

e) (0.9 pto) En base a lo anterior, se plantea realizar un análisis por Elementos Finitos de un cuarto del círculo, según indica la cuarta figura. Los tramos curvos se aproximarían por rectas. **e1)** Muestre y explique brevemente las condiciones de contorno que impondría en los nodos para realizar dicho análisis, pensando en realizarlo con un programa de ordenador (nota: explique en particular lo relativo a posibles movimientos de sólido rígido). **e2)** Escriba explícitamente el término de incógnitas **a** y el de cargas **f**, incorporando las condiciones que permitirían la resolución citada.

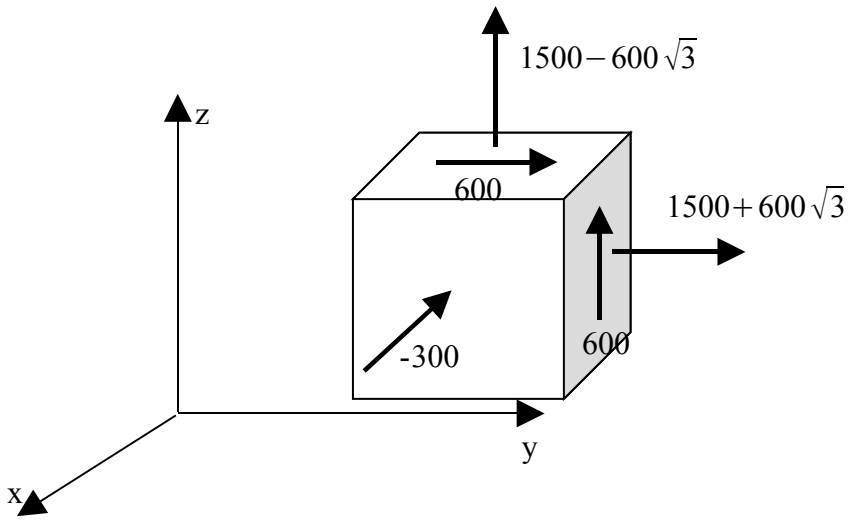
f) (1.6 pto) Se plantea ahora realizar un análisis similar, pero mediante una aproximación de Galerkin con gran número de funciones de aproximación. **f1)** Indique razonadamente si funciones del tipo $r^p\cos(2q\theta)$, $r^p\mathrm{sen}(2q\theta)$, serían adecuadas para ello (r,θ son las coordenadas que muestra la tercera figura; p,q son números naturales, 1,2,3...). **f2)**Calcule la submatriz $\mathbf{f}_i$ del término de cargas en el caso en que $N_i^x = r.\cos(2\theta)$; $N_i^y = r.\mathrm{sen}(2\theta)$

g) (1 pto) Indique qué términos polinómicos en (x,y), hasta grado cuatro inclusive, serían adecuados para la aproximación de Galerkin anterior. Escriba una posible matriz **N** que considere adecuada si la aproximación constase de tres funciones de este tipo para cada componente de desplazamiento.

APELLIDOS: **NOMBRE:**

EXAMEN ORDINARIO DE LA ASIGNATURA INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD. 10/06/08
Ejercicio 1

Considere el siguiente estado tensional en un elemento diferencial de volumen de un sólido homogéneo, elástico y lineal. Determine:

a) Si se producirá o no la plastificación conforme al criterio de Tresca (2 puntos).
b) Si se producirá o no la plastificación conforme al criterio de Von Mises (1 punto).
c) El tensor de deformaciones en ejes principales (1 punto).
d) La medida del cierre de un ángulo inicialmente recto de lados paralelos a los ejes *y* y *z* de la figura (1 punto).

Nota: Las unidades de las tensiones son Kp/cm^2. Como constantes elásticas del material considere E, G, $\nu = 0{,}3$ y $\sigma_e = 2600\ kp/cm^2$.