

APELLIDOS:
NOMBRE:

INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES
EXAMEN EXTRAORDINARIO 14/09/07

CUESTIONES (5 puntos)

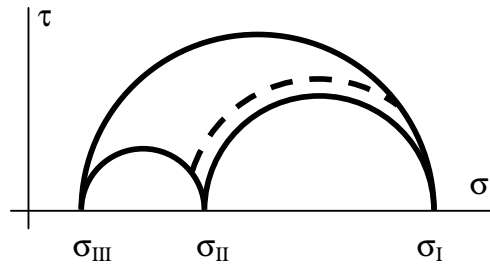
1. Considere una placa cuadrada sobre la que no actúan fuerzas de volumen. Razone si podría estar dicha placa sometida al siguiente estado tensional. En caso afirmativo indique qué condiciones en tensiones deberían darse en el contorno. (2 puntos)

$$\sigma_{xx} = y - x;$$

$$\sigma_{xy} = C;$$

$$\sigma_{yy} = 0, \text{ siendo } C \text{ una constante y las direcciones } x \text{ e } y \text{ paralelas a los lados de la placa}$$

2. Indique y represente sobre el sistema de ejes principales el plano o planos de corte que corresponderían a las tensiones en un punto representadas por el arco de línea discontinua con centro en $\frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2}$ en el siguiente diagrama de Mohr. ¿Qué particularidad tiene dicho plano o planos? (2 puntos)



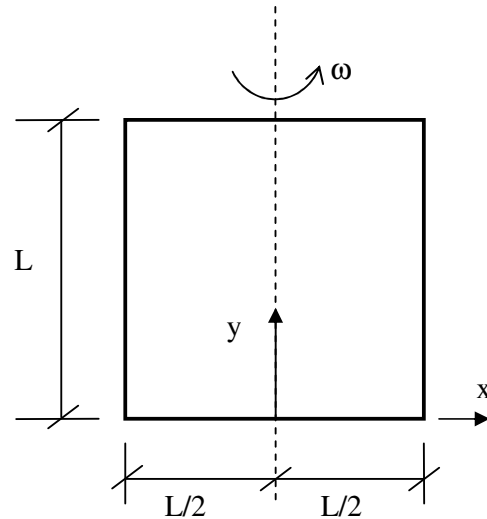
3. Razone si la relación $-\frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}}$ es independiente del estado tensional de un punto por ser una constante elástica del material. (1 punto)

INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES

EXAMEN EXTRAORDINARIO 14/09/07

PROBLEMA (5 puntos)

La placa plana delgada, de dimensiones $L \times L \times e$ de la figura, gira con velocidad angular constante ω respecto del eje y , que pasa por su mitad como se muestra. La densidad del material (masa por unidad de volumen) es ρ , su módulo de Young es E , y su coeficiente de Poisson es ν . Se desprecia la acción de la gravedad.



En primer lugar, se pretende encontrar la solución analítica para el estado de tensión-deformación en la placa. Ello se va a intentar ensayando una solución de tensiones consistente en que sólo exista σ_{xx} , y que ésta dependa sólo de x . En relación con lo anterior, se pide que responda razonadamente a los apartados siguientes, en el orden en que figuran:

- Indique si es procedente asumir hipótesis de tensión plana o de deformación plana. (0.1ptos)
- Se ensayará para σ_{xx} un polinomio del menor grado que permita satisfacer las ecuaciones de equilibrio. Indique cuál es ese grado, y escriba el polinomio de forma genérica. (0.2ptos)
- A la vista de las simetrías o antisimetrías que presente el problema, descarte los términos que proceda del polinomio anterior. (0.2ptos)
- Basándose en razonamientos de equilibrio, encuentre el valor que deberían tener los coeficientes del polinomio, en función de los datos del problema (orientación: puede serle de utilidad considerar el equilibrio de una porción del sólido limitada por un plano $x=\text{cte}$). (0.8ptos)
- Compruebe usando el resto de las ecuaciones del modelo elástico si la solución ensayada es realmente la solución del problema planteado. (0.8ptos)
- En el apartado anterior habrá obtenido que la solución ensayada sólo es solución del problema para un valor particular de ν . Obtenga el campo de desplazamientos para ese valor. (0.5ptos)

En segundo lugar, se pretende realizar una aproximación de Galerkin, basada en las funciones $(x/L)^2$ para u_x , $(1-2x/L)$ para u_y . Se pide que:

- Emita un juicio razonado acerca de la elección de funciones de aproximación anterior. (0.4ptos)
- Calcule las tensiones que habría en la placa según la aproximación de Galerkin en cuestión, en función de los datos del problema (para ello es necesario que plantee y resuelva dicha aproximación). (2ptos)

NOTAS.- En el apartado h, puede aproximar las integrales que desee mediante cuadratura de Gauss de un punto. También de utilidad para el apartado h: utilice la matriz de comportamiento que se indica.

$$\underline{\underline{D}} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$