

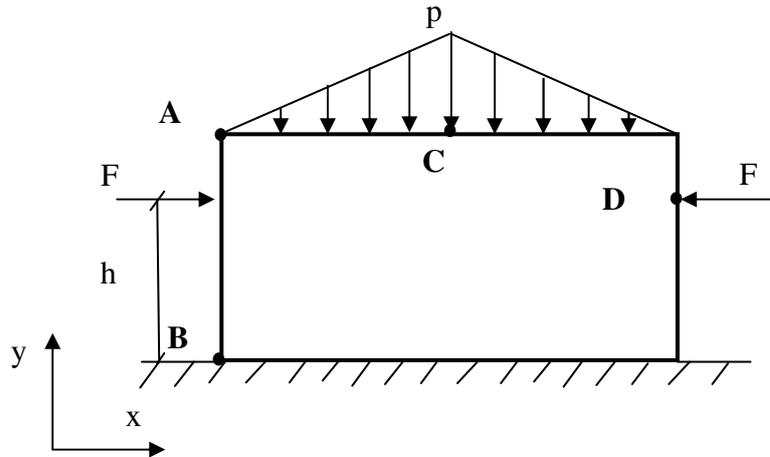
**EXAMEN ORDINARIO DE LA ASIGNATURA
INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES
26 de junio de 2006**

Cuestión 1.- (2 pts)

Enuncie y demuestre el principio de las fuerzas virtuales.

Cuestión 2.-(2 pts)

Señale cuáles son las condiciones de contorno en los puntos A, B, C y D del sólido de la figura, sometido a una carga con variación lineal de valor máximo p (kp/m^2), como se indica. Las dos fuerzas F son cargas concentradas que actúan a una altura h medida desde la cimentación. Utilice para ello la tabla adjunta. Cuando no sea posible determinarlas indíquelo con el símbolo (?) (2 puntos)

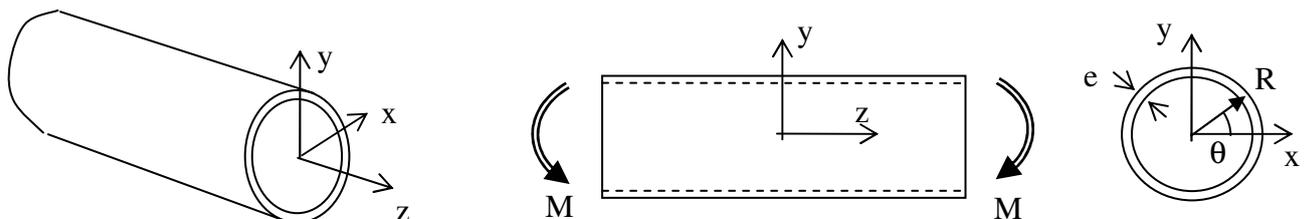


Punto	σ_{xx}	σ_{xy}	σ_{yy}	ϵ_{xx}	ϵ_{yy}	ϵ_{xy}	u_x	u_y
A								
B								
C								
D								

Cuestión 3.- (3 pts)

Considere una tubería de radio medio "R", y espesor "e", siendo $e \ll R$. Se sabe que determinado tipo de acción (que eventualmente denominamos "flexión pura") produce tensiones $\sigma_{zz} = By$ en la tubería, siendo B una constante, y que no produce ninguna otra componente de tensión. En una sección $z = \text{cte}$ de la tubería, estas tensiones equivalen estáticamente a un momento M como indica la segunda figura.

Se sabe que otra determinada acción, específicamente una presión interior de valor "p" en la tubería, produce tensiones $\sigma_{zz} = pR/(2e)$, $\sigma_{\theta\theta} = pR/e$ (que son prácticamente constantes por ser $e \ll R$), aparte de producir también una cierta tensión σ_{rr} . Asuma en lo sucesivo que, sin ser despreciables, las tensiones debidas a la presión interior sean menores que las máximas tensiones debidas a la flexión.



Se pide que:

- (0.5 pts) Calcule el valor de B en función de M.
- (0.5 pts) En el caso en que solamente actúe presión interior, estime razonadamente el orden de magnitud de la tensión σ_{rr} , en relación con el orden de las otras componentes de tensión.

- c) (0.5 pts) Dibuje las condiciones de contorno en tensiones a imponer en el análisis de un tramo de tubería entre dos secciones $z=cte$ (como el de la segunda figura), acotando los valores extremos, en el caso de que: c1) exista solamente flexión. c2) exista solamente la presión interior c3) existan ambas simultáneamente.
- d) (1.5 pts) Considere que actúan simultáneamente la flexión y la presión interior. Razone qué punto de una sección $z=cte$ será más crítico en cuanto a su posible plastificación, si el punto superior ($x=0, y=R$), o el inferior ($x=0, y=-R$). Utilice obligatoriamente en los razonamientos el criterio de Tresca en combinación con el diagrama de Mohr.

Nota:
$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \pi \quad ; \quad \int_0^{2\pi} \sin \theta \cos \theta d\theta = 0$$

Cuestión 4.- (3 pts)

Encuentre la expresión del campo de desplazamientos en cualquier punto (x,y) del sólido de la figura. Utilice para ello la técnica de elementos finitos considerando el propio sólido como un solo elemento rectangular con los nodos en las esquinas y la numeración indicada. Comente primeramente el valor de los términos del vector de parámetros de la aproximación. Las propiedades del material son módulo de Young E (kp/m^2) y coeficiente de Poisson nulo. Opere por unidad de profundidad. (3 puntos)

